

# Estudio analítico de la ecuación de Richards con término sumidero no lineal del tipo RWU

Por  
Guillermo Manns

Profesor Guía  
Dr. Emilio Cariaga López

## Resumen

Este estudio se centra en la comparación de métodos analíticos de resolución de la ecuación de Richards con presencia de un término sumidero no lineal del tipo RWU (root-water uptake por sus siglas en inglés). Este modelo matemático surge de la necesidad de modelar sistemas suelo-agua-planta en donde el término sumidero modela el consumo de agua por parte de la raíz. Uno de los principales aportes de esta investigación es entregar una mirada más unificada a la solución de esta ecuación dado que a la fecha existe poca literatura al respecto, y la que existe está muy dispersa. Primero se presenta y desarrolla el método de cuasilinealización. El método consiste principalmente en la aplicación de una serie de cambios de variable que reducen la ecuación de Richards con término fuente a una ecuación diferencial cuasi lineal. A continuación se presenta el método de funciones de Green. En este método, la solución de una ecuación diferencial parcial no homogénea es obtenida como una superposición de expresiones integrales en términos de funciones de Green. Finalmente, se aportan algunos experimentos computacionales para las soluciones obtenidas en ambos métodos.

**Palabras clave:** ecuación de Richards, término sumidero no lineal, root-water uptake.

# Simulación de la liberación de extracto de *Arrabidaea chica* desde membranas hinchables de quitosana/alginato

por

Luis Alberto Concha Caamaño

Profesor Guía

Dr. Jacobo Hernández Montelongo

## Resumen

Esta Actividad Formativa Equivalente (AFE) trata de la simulación matemática de la liberación del extracto de *Arrabidaea chica* desde membranas hinchables de quitosana/alginato (Q/A). El extracto del arbusto *A. chica* es una fuente importante de taninos, flavonoides y antocianinas, moléculas que presentan diferentes propiedades medicinales tales como actividades antioxidantes, antisépticas, antiinflamatorias y anti-fúngicas. Para la realización de este trabajo se utilizaron datos experimentales de liberación controlada hasta 24 h *in vitro* de *A. chica* desde cuatro tipos de membranas de Q/A: membrana densa (QA), membrana densa y flexible (QAS), membrana porosa (QAP) y membrana porosa y flexible (QAPS). Inicialmente, se determinó el mecanismo de la cinética de liberación del extracto utilizando cinco modelos clásicos de la literatura: Orden Cero, Primer Orden, Higuchi, Korsmeyer-Peppas y Weibull. Posteriormente, se cotejaron los resultados de estos modelos con un método de optimización mediante la función costo. Los resultados indican que el modelo que mejor se ajustó a los datos experimentales, durante las primeras ocho horas de liberación, fue el de Korsmeyer-Peppas y que la liberación fue primordialmente por difusión fickiana. Además, de acuerdo con las constantes  $k_{kp}$  y  $n$  del modelo Korsmeyer-Peppas, y  $K$  del de optimización, se determinó que el control de liberación mantuvo la siguiente jerarquía de acuerdo al tipo de membrana: QA < QAS < QAP < QAPS. Es decir, QA presentó la liberación más lenta y QAPS la más rápida. Por otro lado, como los modelos de la literatura utilizados son efectivos solamente para los primeros tiempos de liberación, en este caso hasta ocho horas, se desarrolló un modelo matemático basado en las ecuaciones de Fick para obtener una simulación durante el tiempo total de la liberación. El modelo incluyó cuatro parámetros asociados al coeficiente de difusión:  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  y  $k_4$  siendo  $k_1$  y  $k_4$  los más significativos. Ajustando el valor de estos parámetros para cada membrana, se obtuvieron simulaciones correctas de la liberación del extracto de *A. chica* para el tiempo total de 24 h. Si bien se puede concluir que el modelo propuesto simuló adecuadamente la liberación controlada a partir de datos experimentales, en esta AFE no se alcanzó a obtener la simulación del hinchamiento de las membranas, pero se propuso el respectivo modelo matemático para ser resuelto en un futuro proyecto. Finalmente, esta AFE demuestra la aplicación de modelos matemáticos para el estudio y evaluación de membranas Q/A con aplicaciones terapéuticas.

**Palabras clave:** liberación controlada; *Arrabidaea chica*; membranas hinchables de quitosana/alginato; ecuaciones de Fick; simulaciones matemáticas; función de costo.

# Simulación de señales generadas por temblores en la enfermedad de Parkinson, mediante aproximación de modelos NARMAX polinomiales

Por

Lizandro Emir Garía Tovar

Profesor Guía Dr. Julio Rojas

## **Resumen**

En este trabajo se desarrolla una metodología de identificación de la dinámica que hay detrás de los temblores en reposo en la enfermedad de Parkinson, empleando para ello registros de aceleraciones a partir de temblores reales presentes una persona que padece la enfermedad. Se lleva a cabo un examen estadístico y dinámico a modo de evaluar la capacidad que tienen los modelos NARMAX polinomiales hallados y evaluados por ventanas temporales, para predecir y representar la dinámica subyacente a partir de la aproximación de sus respuestas a los valores de las series de tiempo de aceleraciones reales, empleando el algoritmo de recocido simulado para optimizar los parámetros de la función de entrada (señal de entrada), y el algoritmo de regresión ortogonal hacia adelante para la identificación de los modelos NARMAX.

**Palabras claves:** Temblor en reposo, dinámica no lineal, NARMAX, sistemas dinámicos, sistemas dinámico caóticos, atractor, máximo exponente de Lyapunov, recocido simulado.